

# DISPERSIONSEFFEKTE BEI SCHWEREWELLEN IM FLACHWASSER

Nikolai Speranski

Shirshov Institut für Ozeanologie, Moskau, Russland

Fritz Büsching

Fachhochschule Bielefeld, Minden, Deutschland

## Zusammenfassung

Unter anomaler Dispersion wird das Anwachsen der Phasengeschwindigkeit hochfrequenter gebundener Frequenzkomponenten von Schwerewellen verstanden, wenn diese in Bereiche abnehmender Wassertiefe gelangen. Insbesondere im küstennahen Bereich, wo die Wassertiefe der Wellenhöhe entspricht, kann die Geschwindigkeit solcher Komponenten bis zu 25% größer als diejenige der Grundfrequenz werden. Demnach widerspricht dieser Effekt der Vorstellung von einer dispersionslosen Bewegung als Grenzfall für Flachwasser, wo die Bewegung theoretisch nur von der Wassertiefe abhängt. Nach den durchgeführten Untersuchungen wird der Effekt der Anomalen Dispersion (ADE) mit abnehmender Wassertiefe geringer und die Bewegung ist für sägezahnförmige Strukturen von Brandungswellen dispersionslos. Der Effekt ist hier insbesondere durch Naturuntersuchungen nachgewiesen, bei denen Sturmwellen mit einem schmalen Spektrum vorhanden waren. Im Labor wurde das Verhalten von anfänglich monochromatische Wellen mit Perioden von 2.0 bis 5.0 s und Höhen von 0.14 m über einer Böschung 1 : 33 untersucht. Auch diese Untersuchungen bestätigen den betreffenden Effekt (ADE). Insbesondere erfährt hier der ADE mit größerer Wellenperiode stärkere Ausprägung. Als Ergebnis beider Untersuchungen wird der ADE als nichtlinearer Effekt angesehen, der allerdings bei solchen Bedingungen verborgen bleibt, in denen gleichzeitig freie und gebundene Frequenzkomponenten im selben Spektrum vorhanden sind. Der ADE wird als verantwortlich für die Transformation der Wellen in sägezahnförmige Strukturen angesehen, die für die Brandungszone typisch sind.

## Summary

Anomalous dispersion was found as a growing of the phase velocity of high-frequency bound components of shoaling gravity waves. The velocities of those components get bigger than that of the primary by up to 25% in the near shore zone, where wave heights are approximately equal to the water depth. The effect thus contradicts the theoretical conception about non-dispersive motion as a limited case of shallow water wave movement depending on water depth only.

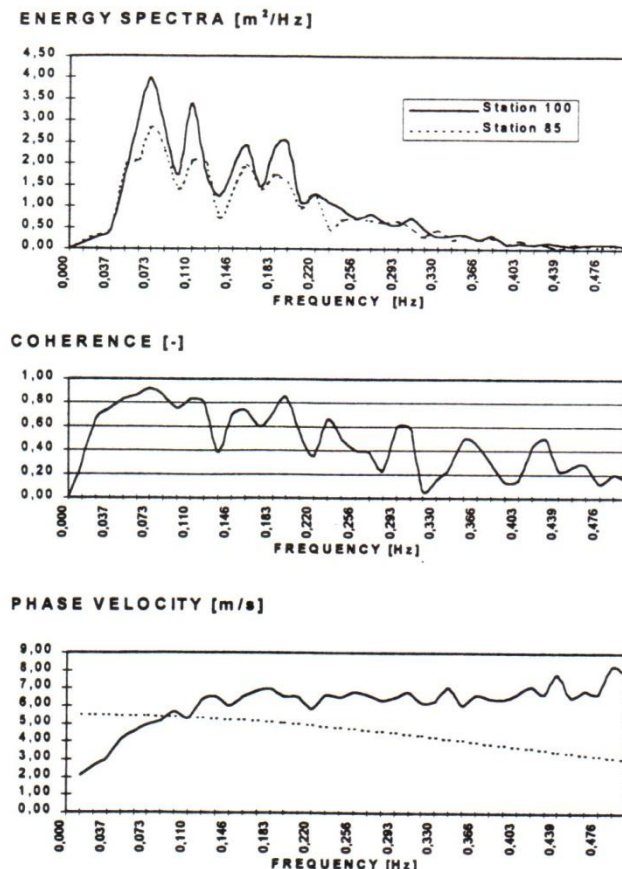
According to the observations the anomalous dispersion effect (ADE) gets weaker with the water depth decreasing and the motion is found to be non-dispersive for bore-like structures in the surf zone. The effect had been detected by field measurements when deep sea storm waves had a narrow spectrum. In laboratory measurements initially monochromatic waves of periods 2.0 to 5.0 s and heights of 0.14 m shoaled over up-sloping plane bottom. The laboratory experiments do confirm the existence of the ADE. In particular the measurements show an increase of the intensity of the ADE with the wave periods also increasing. As a result of both investigations it is found that the ADE represents a nonlinear effect, which appears, however, to be hidden at conditions characterized by free components coinciding with bound components in the same spectrum. The anomalous dispersion effect is responsible for the transformation of waves into the so-called „saw-tooth“ form being a typical feature of the surf zone.

## 1. Einführung

Die Phasengeschwindigkeiten von Schwerewellen, die in Bereiche abnehmender Wassertiefe einlaufen und schließlich über flach geneigtem Strand brechen, erregten Ende der 1970er und Anfang 1980er Jahre besonderes Interesse, nachdem bei Auswertungen von Wellenmessungen vor Sylt ein der Theorie widersprechendes bis dahin unbekanntes Dispersionsverhalten gefunden worden war (Büsching, 1978). Im Anschluss daran haben auch andere Forscher Naturuntersuchungen zu dieser Thematik im küstennahen Bereich der Wassertiefen 0.5 m - 7.0 m durchgeführt (u. a. Thornton and Guza, 1982; Elgar and Guza, 1985). Im Wesentlichen wurde das sogenannte Geschwindigkeitsspektrum diskutiert, das als Beziehung zwischen der Phasengeschwindigkeit  $C$  der Wellenkomponenten (Fourierkomponenten der Wasserspiegelauslenkung) und der Frequenz  $f$  definiert werden kann entsprechend der Formel

$$C(f) = \frac{X_{12}}{\varphi_{12}(f)/2\pi f} \quad (1)$$

Hier bedeutet  $X_{12}$  die Entfernung zwischen zwei Wellenmessstationen 1 und 2 in einem küstennormale Messprofil und  $\varphi_{12}$  die Phasendifferenz zwischen den Fourierkomponenten der Frequenz  $f$  an diesen Stationen.



**Fig.01:** Energiespektren, Kohärenzfunktion und Spektrum der Phasengeschwindigkeit bei Bedingungen einer schweren Sturmtide am 14. Dezember 1973. Sylt, Nordsee. Die Kurve der theoretischen Phasengeschwindigkeit ist gestrichelt dargestellt (Büsching, 1978, 1979).

Ursell-Zahl größer als 16 ist. (Lighthill, 1978; Spe-ranski, 1986). Thornton and Guza haben als Ergebnis ihrer Naturuntersuchungen die nachfolgenden Merkmale herausgestellt:

In hinreichend tiefem Wasser, wo nichtlineare Effekte schwach sind, fällt die Funktion  $C(f)$  mit zunehmender Frequenz etwa in Übereinstimmung mit der linearen Theorie.

Im Flachwasser wächst mit zunehmender Annäherung an die Küste die Diskrepanz zwischen theoretischen und gemessenen Werten der Phasengeschwindigkeit, weil die gemessenen Spektren zu einem konstanten Wert tendieren (Thornton and Guza, 1982).

Dagegen wurden aber ganz andere Spektren aus dem Seichtwassergebiet und der Brandungszone bekannt, die durch eine Zunahme der Phasengeschwindigkeit *mit* der Frequenz gekennzeichnet sind (Fig.01). Hier soll zuerst der Anstieg

Elgar und Guza haben Messdaten geliefert, mit denen sie das Anwachsen der Energiedichte bei höheren Harmonischen als Ergebnis nichtlinearer Wechselwirkungen sowohl zwischen der Grundfrequenz und ihren höheren Harmonischen als auch wechselseitig zwischen den höheren Harmonischen erklärt haben. Es konnte experimentell nachgewiesen werden, dass im Falle eines schmalen Tiefwasser-Spektrums (als Ausgangsbedingung) höhere Harmonische von Seichtwasserwellen als gebundene Komponenten angesehen werden können. (Elgar and Guza, 1985). Der Prozeß der Erzeugung nichtlinearer Harmonischer zeigt die Eigenschaft der Akkumulation, wenn Wellen hinreichend flaches Wasser erreichen, wo die

oberhalb der Grundfrequenz also für  $f \geq f_2$  behandelt werden; der Index bezeichnet die Ordnungszahl der Harmonischen.

Dieser Typ von Spektren wurde zuerst in der Brandungszone vor Sylt/Nordsee gemessen (Büsching, 1978). Einige Jahre später wurden ähnliche Spektren auch an der Pazifikküste (Elgar and Guza, 1985) und an der Küste des Schwarzen Meeres (Kuznetsov and Speranski, 1990) ermittelt. Interessant ist, daß auch die oben erwähnten Daten von Thornton and Guza dieses Merkmal - wenn auch nur schwach ausgeprägt - enthalten. Tatsächlich handelt es sich um ein bis dahin für Schwerewellen im Flachwasser unbekanntes anomales Verhalten.

Tabelle 1: Charakteristik anomaler Spektren von Phasengeschwindigkeiten

Autor(en)	Jahr	Ort	Intensität (%)	Fehler (%)
Büsching	1978	Nordsee Insel Sylt	$I_{21} = 25-32$	$\pm 11$
Elgar, Guza	1985	Pazifik Kalifornien	$I_{31} = 5-10$ ( $f = f_3$ )	$\pm 9$
Kuznetcov, Speranski	1990	Schwarzes Meer Schcorpilovzci	$I_{21} \approx 5$ ( $f = f_2$ )	$\pm 8$
Thornton, Guza	1982	Pazifik Kalifornien	$I_{21} \approx 0$	$\pm 5$

Tabelle 1 enthält die kennzeichnenden Daten dieser Untersuchungen. Insbesondere ist in Spalte 4 ein Wert für die Intensität des Effektes der anomalen Dispersion (ADE) mit der nachfolgenden Definition angegeben:

$$I_{j1} = \frac{C(f_j) - C(f_1)}{C(f_1)}, (j \geq 2) \quad (2)$$

Hierin bezeichnet j die Ordnungszahl der Harmonischen.

Da der maximale Wert  $I_{21} = 0.32$  (32%) beträgt, liegt die Vermutung eines neuen Effektes nahe, der hier als "Anomale Dispersion hochfrequenter gebundener Wellen im Flachwasser" bezeichnet werden soll. Wird die Grundfrequenz  $f_1$  genannt, bezeichnet "hochfrequent" den Frequenzbereich  $f > f_1$  und "niederfrequent" den Bereich  $f < f_1$ .

Da jedoch in allen oben erwähnten Arbeiten keine Angaben über die Genauigkeit der jeweiligen Messungen enthalten sind, war die tatsächliche Existenz des ADE bisher zweifelhaft. Um diese Zweifel zu zerstreuen, ist es deshalb notwendig, die Fehler hinsichtlich der Ermittlung der Geschwindigkeitsspektren abzuschätzen und diese den zugehörigen Beträgen der oben definierten Intensitäten  $I_{j1}$  gegenüberzustellen.

Wenn dieser Effekt tatsächlich existiert, könnte hiermit die positive (d.h., küstenwärtig zunehmende) Verschiebung zwischen den höheren Harmonischen und der Grundfrequenz erklärt werden, wenn Wellentransformation (shoaling)

über ansteigendem Seegrund stattfindet (Flick et al., 1981); d.h., einer der wichtigsten Mechanismen der Wellenumformung, der in Brandungszonen letztlich sägezahnförmige Strukturen erzeugt.

Das erste Ziel dieses Beitrages ist es also, nachzuweisen, ob der ADE wirklich bei (regulären und irregulären) Flachwasserwellen existiert, und wenn das der Fall sein sollte, seine Intensität und die Umstände seines Auftretens abzuschätzen. Das zweite Problem dieses Beitrages betrifft den niederfrequenten Teil des Geschwindigkeitsspektrums, da bei den Messungen vor Sylt tatsächlich die anomale Dispersion sich auch auf diesen Teil des Spektrums erstreckt (Fig.01): Bei der Frequenz 0.04 Hz ist die Phasengeschwindigkeit 50% kleiner als bei der Frequenz 0.07 Hz (Büsching, 1978) Dieses Phänomen widerspricht im noch stärkeren Maße allen Theorien für Schwerewellen.

An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass die Untersuchungen vor Sylt bei Bedingungen einer schweren Sturmtidenfolge (mit hohen Wasserständen und Orkanwindgeschwindigkeiten) durchgeführt worden sind. Es ist deshalb wichtig zu überprüfen, ob dieser niederfrequente Effekt auch für weniger extreme Bedingungen vorliegt und insbesondere für Dünungswellen, für die der Windeinfluss vernachlässigbar ist. Bekanntlich sind niederfrequente Wasserspiegelschwankungen im Zusammenhang mit Erscheinungen wie dem *Surf Beat* zu sehen. Auch deshalb ist die Untersuchung der niederfrequenten Wellenkinematik zum Verständnis der Wellenverformung in der Brandungszone wichtig.

Also können beide Effekte möglicherweise für die Wellenentwicklung in der Brandungszone verantwortlich sein: die hochfrequente anomale Dispersion kann zu sägezahnförmigen Wellenprofilen (Boren) führen, während die niederfrequente anomale Dispersion Einfluss auf die Erzeugung von Surf Beats haben kann.

Den formulierten Fragestellungen wird nachfolgend einerseits durch Abschätzung der Fehler in den früheren Untersuchungen nachgegangen und andererseits durch die Analyse neuer Natur- und Labormessungen.

## 2. Fehlerabschätzung bezüglich der Messung von Phasengeschwindigkeiten

Der Gesamtfehler der Geschwindigkeitsmessungen besteht aus zwei unabhängigen Anteilen:

- dem Fehler bei der Bestimmung von  $C(f)$  gemäß Formel (1) und
- dem Fehler infolge der Wirkung überlagerter Strömungen und der Winkelabweichung des Wellenspektrums.

Entsprechend Gleichung (1) kann der Fehler bei der Ermittlung der Phasengeschwindigkeit durch die nachfolgende Formel bestimmt werden

$$\frac{\Delta C}{|C|} = \frac{\Delta X}{|X|} + \frac{\Delta \varphi}{|\varphi_{12}|} \quad (3)$$

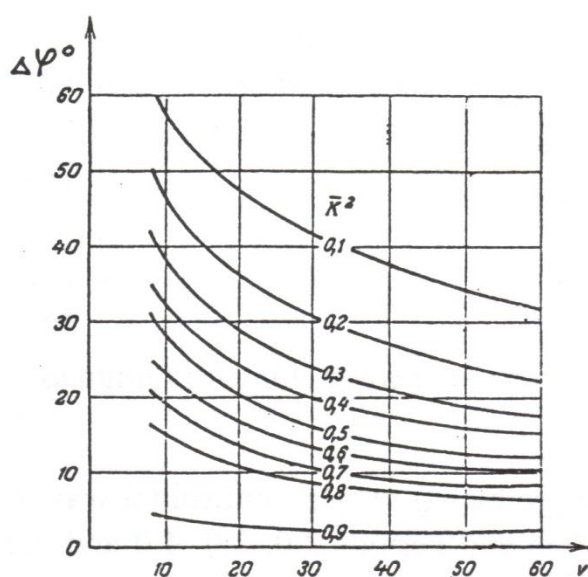


Fig.02: 95%-Vertrauensbereich ( $\Delta\varphi$ ) für das Phasenspektrum als Funktion des Freiheitsgrades ( $\nu$ ) und der Kohärenz ( $\kappa$ ). Nach Jenkins and Watts (1968).

Darin ist der absolute Fehler durch das Symbol " $\Delta$ " markiert. Der erste Term der rechten Seite von (3) bewegt sich gewöhnlich in der Größenordnung von 1%. Der Wert von  $\varphi_{12}$  kann mit Hilfe der Kreuzspektrum-Analyse gefunden werden und hängt in diesem Falle sowohl von der Anzahl der Freiheitsgrade als auch vom Betrag der Kohärenzfunktion bei der betreffenden Frequenz ab. Dieser Zusammenhang ist in Fig.02 wiedergegeben.

Die Fehlerberechnungen für die oben erwähnten Fälle zeigen, daß die Bestimmung der Phase mit der Kreuzspektrum-Methode recht genau ist. Die Daten für die Wassertiefe und die spektrale

Peakfrequenz wurden den Originalarbeiten entnommen. Die Phasenverschiebung ergibt sich entsprechen  $2\pi X_{12}/L_j$ , wobei hier die Länge der Harmonischen  $j$   $L_j = (gD)^{1/2}/f_j$ .

Der Fehler infolge des Einflusses der Strömung (die ablandige Richtung und die Größenordnung von 0.1 m/s hat) und die Winkelabweichung sind nicht größer als 2-3% (Thornton and Guza, 1982). Demnach belaufen sich die berechneten Gesamtfehler auf nicht größer als 11% (Spalte 5. Tafel 1)

Der Vergleich dieser Werte mit der gemessenen Intensität der anomalen Dispersion (Spalte 4, Tabelle 1) zeigt aber, dass  $I_{j1}$  und  $\Delta C/C$  Werte gleicher Größenordnung sind. Die Geschwindigkeitsspektren der Sylt-Messungen stellen die einzige Ausnahme dar. Dies bedeutet aber nur, dass zusätzliche Daten erforderlich sind, um die Existenz des ADE zu bestätigen.

Was den niederfrequenten Effekt anbelangt, so liegt der betreffende Fehler der Geschwindigkeitsmessungen für Frequenzen  $f < 0.08$  Hz in der Größenordnung von 10% bis 20% (abhängig von der Gestalt der Kohärenzfunktion, vergl. Fig.01 und Fig.02), während die Intensität des Effektes etwa bei 50% liegt (Fig.01). Demnach gibt es keinen Zweifel an der tatsächlichen Existenz des Effektes hinsichtlich dieses Frequenzbereiches.

### 3. Untersuchungen im Wellenkanal

Die Laboruntersuchungen sind im Wellenkanal der Qingdao Ozean Universität, China, im Jahre 1990 durchgeführt worden. Dieser Kanal hat die folgenden Hauptabmessungen: Länge  $L = 40$  m, Breite  $= 1,20$  m und Wassertiefe im horizontalen Bereich  $B = 0,70$  m. Die Böschung bestand aus einer ebenen Stahlblechkonstruktion mit einer Neigung  $\tan \alpha = 1:33$  (Fig. 3).

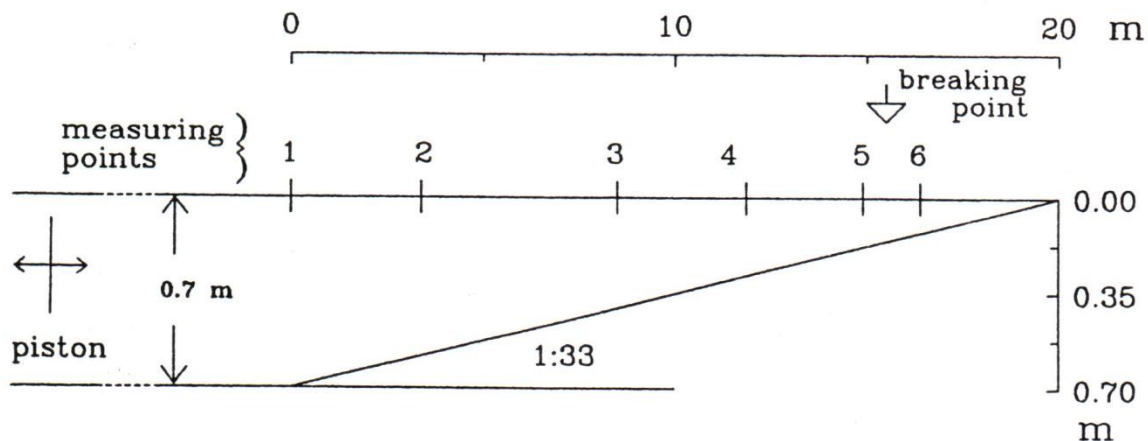


Fig.03: Versuchsböschung des Wellenkanals der Qingdao Ozean Universität mit der Anordnung von 6 Wellenpegeln.

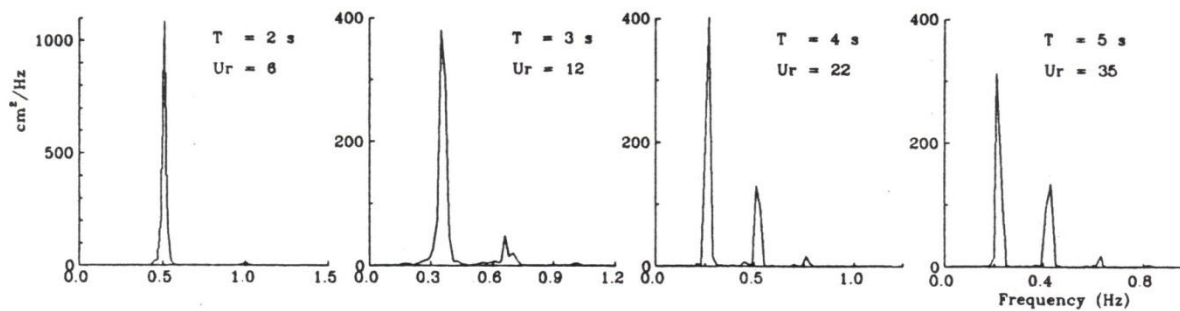
Für die Erzeugung monochromatischer Wellen mit fest vorgegebenen Höhen im Bereich von 0.14 - 0.16 m und Perioden von 2.0, 3.0, 4.0 und 5.0 s wurde ein Kolben-Wellenerzeuger verwendet. Die Wasserspiegelauslenkungen wurden synchron mit sechs kapazitiven Wellenpegeln erfasst, die mit unterschiedlichen Abständen 1.5 m bis 5.1 m voneinander entfernt über der Böschung angeordnet waren (Fig.03, Tabelle 2). Die Abtastrate lag bei 10 Hz.

Tabelle 2: Anordnung der Wellenpegel bei den Labormessungen.

Messort	1	2	3	4	5	6
Tiefe (m)	0.70	0.61	0.45	0.32	0.22	0.17
Entfernung (m)	0.00	3.38	8.48	12.36	15.41	16.91
Pegel-Entfernungen		3.38	5.10	3.88	3.05	1.50

Während Wellen der Periode 2 s am Messort 1 (Fußpunkt der Böschung) noch etwa die Sinus-Form und das zugehörige Spektrum mit schmalen Peaks zeigen (Fig.03 bzw. Fig.04), treten bei Wellen mit Perioden  $T \geq 3$  s an dieser Position zusätzliche Peaks bei Vielfachen der Grundfrequenz ( $f_j = j \cdot f_1$ ) auf, deren Ursache auf die Randbedingung des über 20 m langen horizontalen Bodens (shoaling) zurückzuführen ist (Fig.04).





**Fig.04:** Energiespektren der Wasserspiegelauslenkungen am Fußpunkt (1) der Böschung 1 : 33. Wellenperioden 2 s, 3 s, 4 s und 5 s.

Die Ursell-Zahl ( $Ur$ ) wird hier zur Charakterisierung der Nichtlinearität der Wellen am Messort 1 verwendet. Diese Zahl gibt das Verhältnis des nichtlinearen Terms in der Korteweg-de Vries Gleichung (proportional zu  $H/D$ ) zum Dispersionsterm (proportional zu  $(D/L)^2$ ) an und kann deshalb als ein Maß für den Grad nichtlinearer bzw. disperser Eigenschaften der Wellenbewegung dienen.  $H$  und  $L$  bezeichnen die Wellenhöhe bzw. -länge,  $D$  die örtliche Wassertiefe. In der in der Einleitung erwähnten allgemeinen Form lautet die Ursell-Zahl

$$Ur = 0.5 \frac{HL^2}{D^3} \quad (4)$$

Die in Fig.04 angegebenen Werte der Ursell-Zahl dokumentieren das Anwachsen nichtlinearer Eigenschaften am Böschungsfußpunkt mit zunehmender Wellenperiode, und dieses Verhalten ist durch das Auftreten zusätzlicher Energiedichtemaxima (Peaks) gekennzeichnet. Die Transformation einer Welle ist beispielhaft für die Wellenperiode 4 s im Einzelnen an den sechs Messpositionen über der relativ flach geneigten Böschung in Fig.05 dargestellt. Beobachtet wurde, dass die Wellen abhängig von der Wellenperiode als Schwallbrecher, in einer Mischform von Schwall- und Sturzbrechern oder als reine Sturzbrecher brachen und zwar in der engen Zone zwischen Pegel 5 und Pegel 6, d.h., etwa 3-4 m entfernt vom Durchstoßpunkt der Böschung mit dem Ruhewasserspiegel. An den Pegeln 1 bis 4 wurden über den gesamten Messzeitraum stabile Wellen beobachtet, während an den Pegeln 5 und 6 überlagerte langwellige Schwingungen mit einer Periode von etwa 30 s aber kleiner Amplitude ausgemacht werden konnten (Fig.05).

Die Geschwindigkeitsspektren wurden unter Verwendung der Formel (1) berechnet, wobei die Größe  $\phi_{12}$  mit Hilfe der Kreuzspektrum-Analyse der an zwei benachbarten Pegeln gemessenen Zeitreihen  $\eta_1(t)$  und  $\eta_2(t)$  bestimmt wurde. Die Breite des spektralen Fensters und die Anzahl der Freiheitsgrade waren 0.05 Hz bzw. 34.



Das wesentliche Ergebnis der Laboruntersuchungen ist in Fig.06 enthalten. Hier handelt es sich um die Auftragungen der Phasengeschwindigkeiten  $C_1(X)$  und

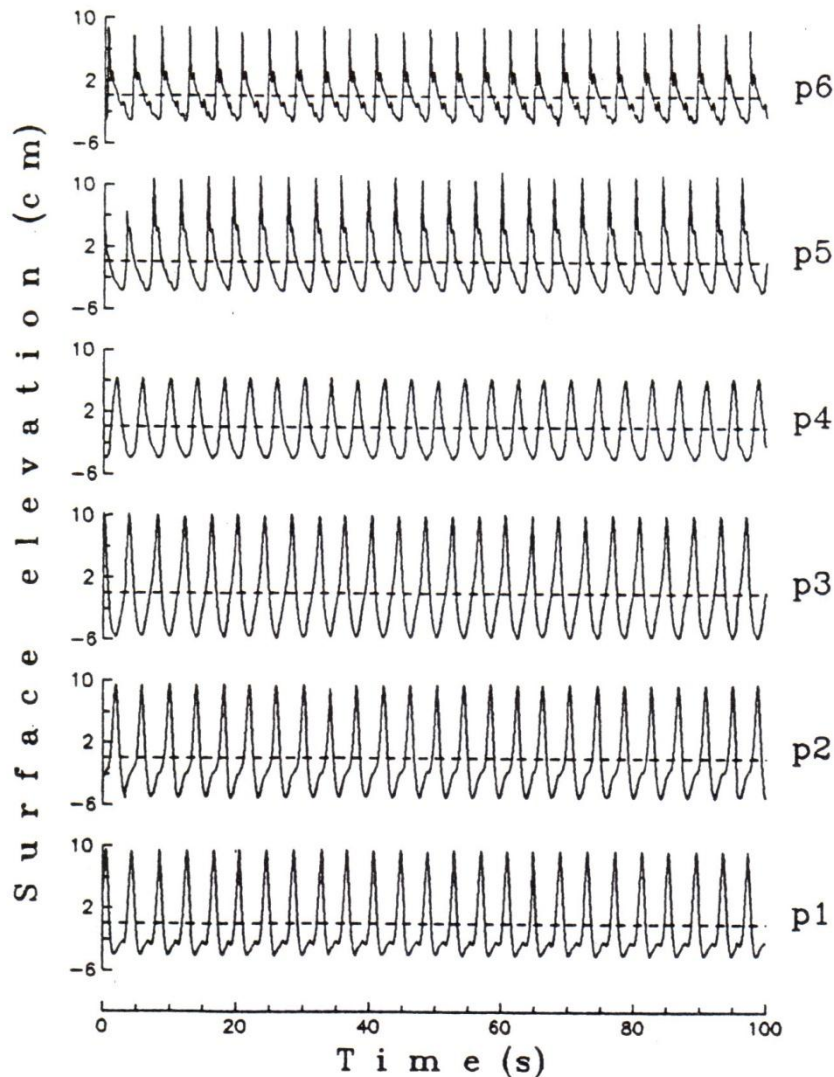
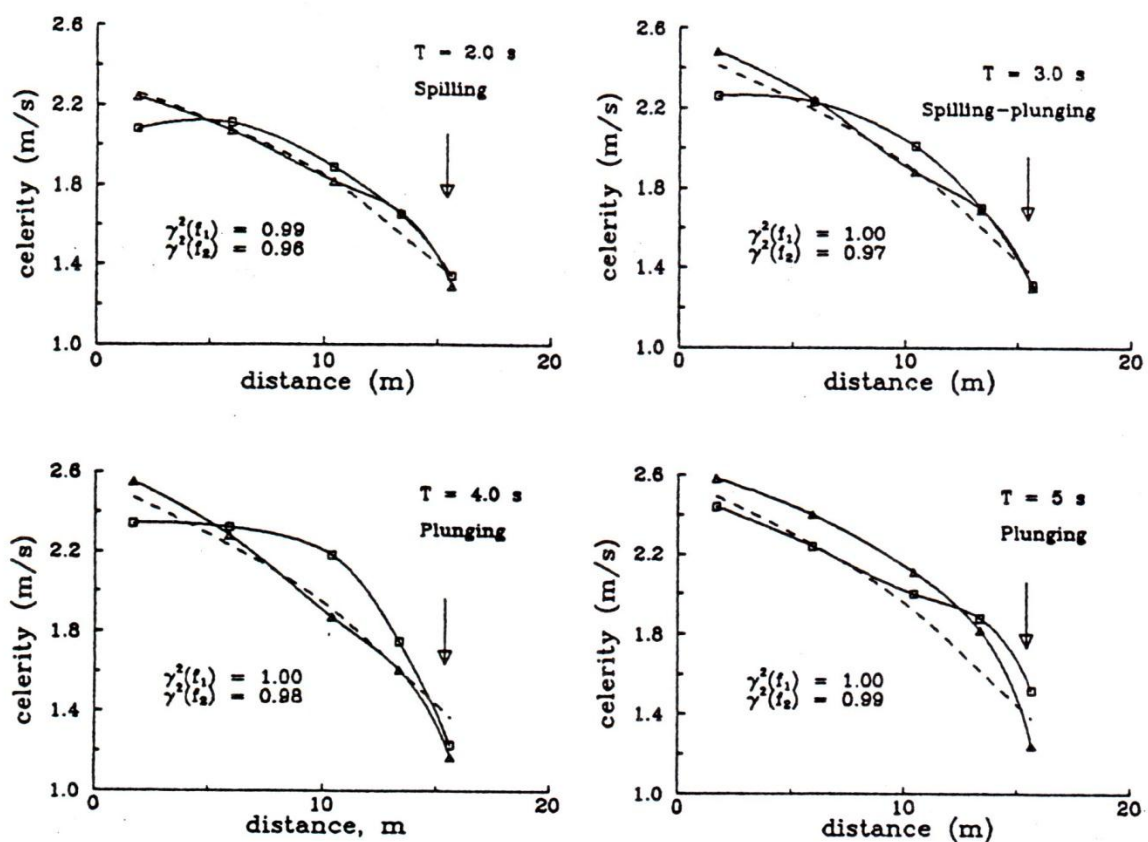


Fig.05: Wellentransformation (shoaling). über einer flach geneigten Böschung. Wellenperiode  $T = 4$  s. Messpositionen p1 bis p6.

$C_2(X)$ , d.h., der Phasengeschwindigkeit der Grundfrequenz und derjenigen der zweiten Harmonischen als Funktion der horizontalen Entfernung  $X$  vom Böschungsfußpunkt. Diese Kurvenpaare dokumentieren ein in bestimmter Weise vergleichbares Verhalten aller untersuchten Wellen.

Im Bereich zwischen Pegel 1 und Pegel 2 übersteigt die Geschwindigkeit der Grundfrequenz diejenige der zweiten Harmonischen, entsprechend dem bekannten Vorhandensein normaler Dispersion von Schwerewellen. Weiter küstenwärts zwischen Pegel 2 und Pegel 3 nähern sich die Werte  $C_1$  und  $C_2$  einander an und schließlich belegen die Schnittpunkte beider Kurven örtlich dispersionslose Bewegung. Dies gilt für die Wellen mit Perioden  $T = 2$  s, 3 s

und 4 s. Im Falle der Wellen mit Periode  $T = 5$  s ist der dispersionslose Bereich weiter küstenwärts zwischen Pegel 4 und Pegel 5 verlegt. Noch weiter küstenwärts (zwischen den Pegeln 3 und 5) übertrifft die Phasengeschwindigkeit der zweiten Harmonischen ständig den betreffenden Wert der Grundfrequenz (anomale Dispersion). Maximale positive Werte  $C_2 - C_1$  liegen zwischen den Pegeln 3 und 4 vor, außer bei Wellen mit der Periode  $T = 5$  s. Diese Differenz nimmt wieder ab und bleibt für Wellen mit Perioden  $T = 2$  s und 3 s zwischen den Pegel 4 und 6 und für die Wellenperiode  $T = 4$  s zwischen den Pegeln 5 und 6 in der Größenordnung des Messfehlers. Bei den Wellen der Periode  $T = 5$  s tritt die anomale Dispersion zwischen den Pegeln 5 und 6 auf, d.h., in der Brecherzone.



**Fig.06:** Entwicklung der Phasengeschwindigkeit regulärer Wellen über einer flach geneigten Böschung: die Geschwindigkeit der Grundfrequenz ist durch Dreiecke gekennzeichnet, die der zweiten Harmonischen mit Quadraten. Die gestrichelte Linie zeigt die nach der linearen Theorie berechneten Werte. Die Pfeile bezeichnen die jeweilige Brecherzone.

Was die Genauigkeit der Phasengeschwindigkeiten der Laboruntersuchungen anbelangt, ist festzustellen, dass der Gesamtfehler - wie oben beschrieben - in jedem Falle zu kleiner als 5% bestimmt worden ist.

Der Betrag der Intensität des ADE ist mit  $I_{21} \approx 4\%$  am geringsten für die Welle mit der Periode  $T = 2$  s, deren zweite Harmonische ziemlich schwach ausgebildet ist. Dagegen belaufen sich die betreffenden Werte für die Wellenperioden  $T = 3$  s,  $T = 4$  s und  $T = 5$  s auf 7%, 17%, und 23%, d.h., dass die Intensität mit der Wellenperiode ansteigt. Demnach ist - außer für die Wellenperiode  $T = 2$  s - das Kriterium einer größeren Intensität als der Betrag des abgeschätzten Fehlers für alle Untersuchungsreihen erfüllt. Für die Wellenperiode  $T = 5$  s ist der prozentuale Wert sogar viermal höher. Demnach wird die Existenz der hochfrequenten anomalen Dispersion durch diese Laboruntersuchungen für reguläre Wellen deutlich bestätigt.

#### 4. Naturuntersuchungen

Die Naturuntersuchungen wurden im Oktober 1985 im Untersuchungsgebiet Schcorpilovzci am Schwarzen Meer bei der Stadt Varna in Bulgarien durchgeführt. Der Forschungspier des Bulgarischen Institutes für Ozeanologie liegt an einem sandigen, 12 km langen Küstenabschnitt und das Messprofil liegt 4 km von dessen südlichen Rand entfernt. Die mittlere Korngröße des Strandmaterials hat einen Durchmesser von 0,2 mm (Feiner Sand). Der Vorstrand hat eine Neigung von etwa  $\tan \alpha = 0,02$  und verfügt über fast parallele Tiefenlinien. Der Bereich der Messungen erstreckte sich von der 0,5 m-Tiefenlinie bis zur 5,0 m-Tiefenlinie. Während des Messzeitraumes gab es im Messprofil ein einzelnes küstenparalleles Unterwasserriff, das sich etwa in einer Entfernung von 45 m von der Küstenlinie befand (Fig.07). Die Tideschwankungen sind im Untersuchungsgebiet geringer als 0,1 m. Für die synchrone Messung der Wasserspiegelauslenkungen wurden an 11 Positionen nach dem Widerstandsmessprinzip arbeitende Wellenpegel eingesetzt, vergl. Fig.07. Weiterhin waren im selben Messprofil an besonderen Beobachtungstürmen zwei weitere Wellenpegel installiert. Der erste Beobachtungsturm befand sich in einer Entfernung von  $X = 1000$  m bei einer Wassertiefe von 18 m und der zweite Turm in einer Entfernung von  $X = 600$  m bei einer Wassertiefe von 10 m. Dabei bezieht sich die Entfernung  $X$  auf den Koordinatenursprung 30 m landwärts der Wasserlinie, vergl. Fig.07.

Die Dauer der digitaler Aufzeichnung betrug für jede Messung 15 Minuten mit einer Abtastrate von 3,3 Hz. Der Synchronisationsfehler war geringer als 0,005 s. Die Berechnung der Phasengeschwindigkeitsspektren wurde wiederum auf der Grundlage der Formel (1) durchgeführt und die Phasenspektren  $\phi_{12}(f)$  hierfür wiederum mit Hilfe der Kreuzspektrum-Analyse bestimmt. Die Breite des spektralen Fensters war bezüglich der Untersuchung des hochfrequenten Effektes (Bereich  $0,08 \text{ Hz} \leq f \leq 0,50 \text{ Hz}$ ) zu 0,03 Hz und bezüglich des niederfrequenten Effektes zu 0,015 Hz gewählt worden.

Für die Auswertung wurde insbesondere eine Messreihe (D16) mit Dünungswellen ausgewählt, die sich im Messprofil etwa *normal* zur Küste bewegten.

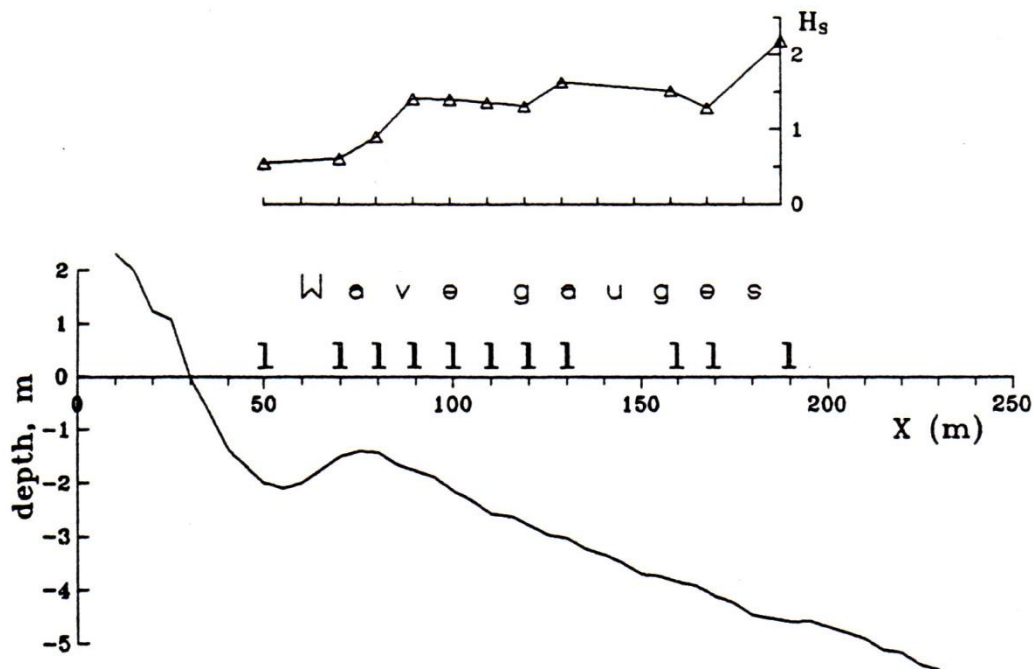


Fig.07: Messprofil im Untersuchungsgebiet Schcorpilovzci bei Varna, Bulgarien, Schwarzes Meer. Anordnung der Wellenpegel und Entwicklung der Signifikanten Wellenhöhen.

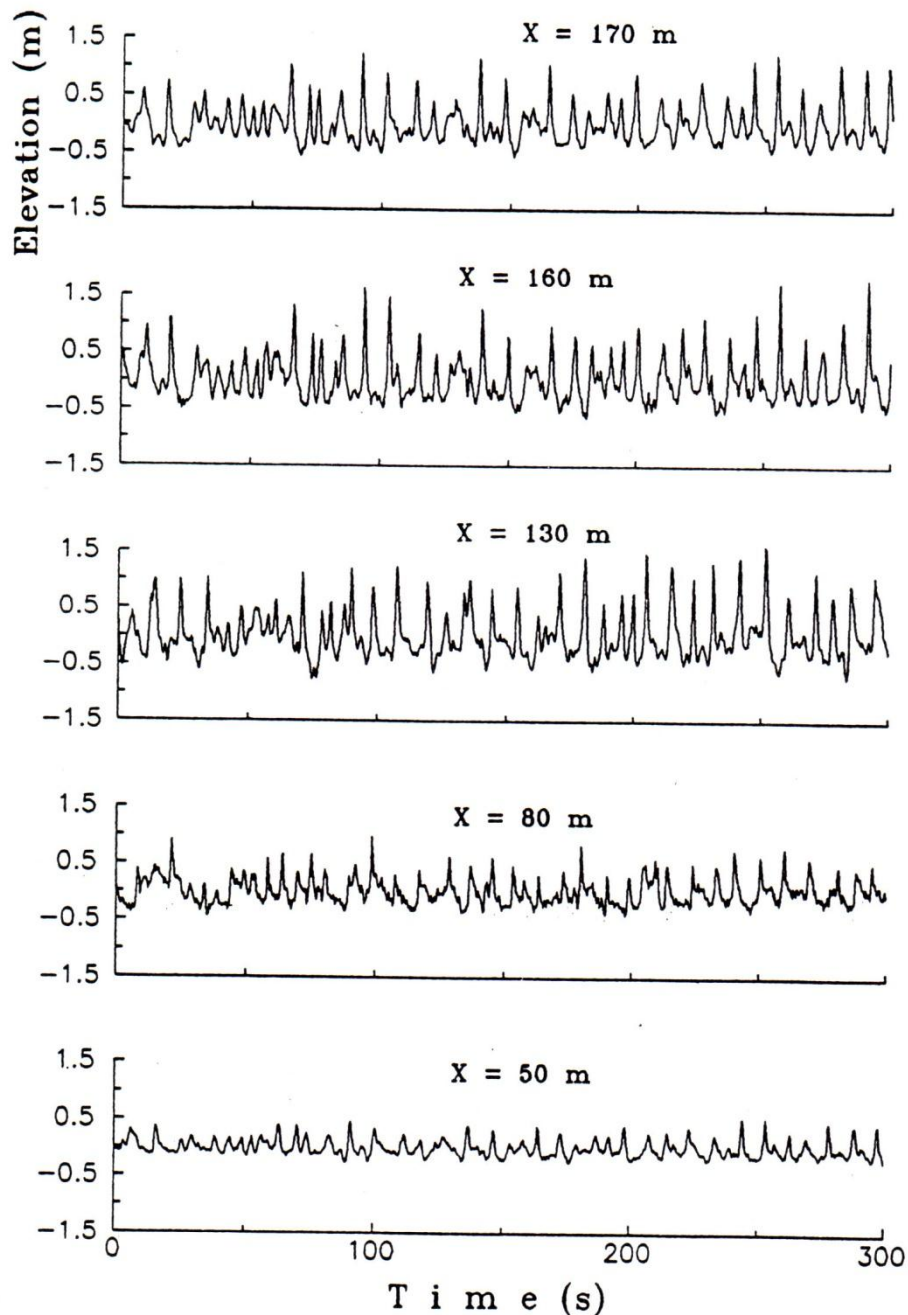
Der Darstellung ist zu entnehmen, dass die signifikante Wellenhöhe  $H_s = 2,18$  m der noch ungebrochenen Wellen bei der Position  $X = 190$  m auf  $H_s = 0,55$  m bei Position  $X = 50$  m im inneren Brandungsbereich abnahm.

Das Brechen der höchsten Wellen begann bei Position  $X = 170$  m, während der Brechpunkt für die Mehrzahl der Wellen im Bereich  $X = 90 - 80$  m in unmittelbarer Nähe des Sandriffs lag.

Die Seegangsbedingungen bei Messposition  $X = 1000$  m ( $D = 18$  m) können als Eingangsbedingungen (Input) in das System angesehen werden, weil hier die Wasserspiegelauslenkungen durch ein einziges auf einen engen Frequenzbereich beschränktes Maximum der Energiedichte (Peak) bei  $f_1 = 0.12$  Hz charakterisiert waren. Mit abnehmender Wassertiefe (shoaling) wird das Spektrum breiter. Dieses Phänomen konnte an der Messposition  $X = 600$  m ( $D = 10$  m) und allen weiteren Pegelpositionen beobachtet werden, Fig.07.

Ein Grund für die Verteilung der Energiedichte über ein breiteres Frequenzband ist auf das Anwachsen der Energiedichte bei höheren Harmonischen (Vielfachen der Grundfrequenz) zurückzuführen. Ein zweiter Grund ist das Hervortreten

eines weiteren Peaks im niederfrequenten Bereich bei etwa  $f = 0,04$  Hz. Beide Effekte sind im gesamten Messprofil vorhanden; der zweite Effekt ist indessen nur markant in der Nähe des Unterwasserriffs (zwischen dem Kamm des Sandriffs und der Position  $X \approx 120$  m).



**Fig.08:** An verschiedenen Positionen  $X$  des Messprofils gemessene Zeitfunktionen der Wasserspiegelauslenkungen.



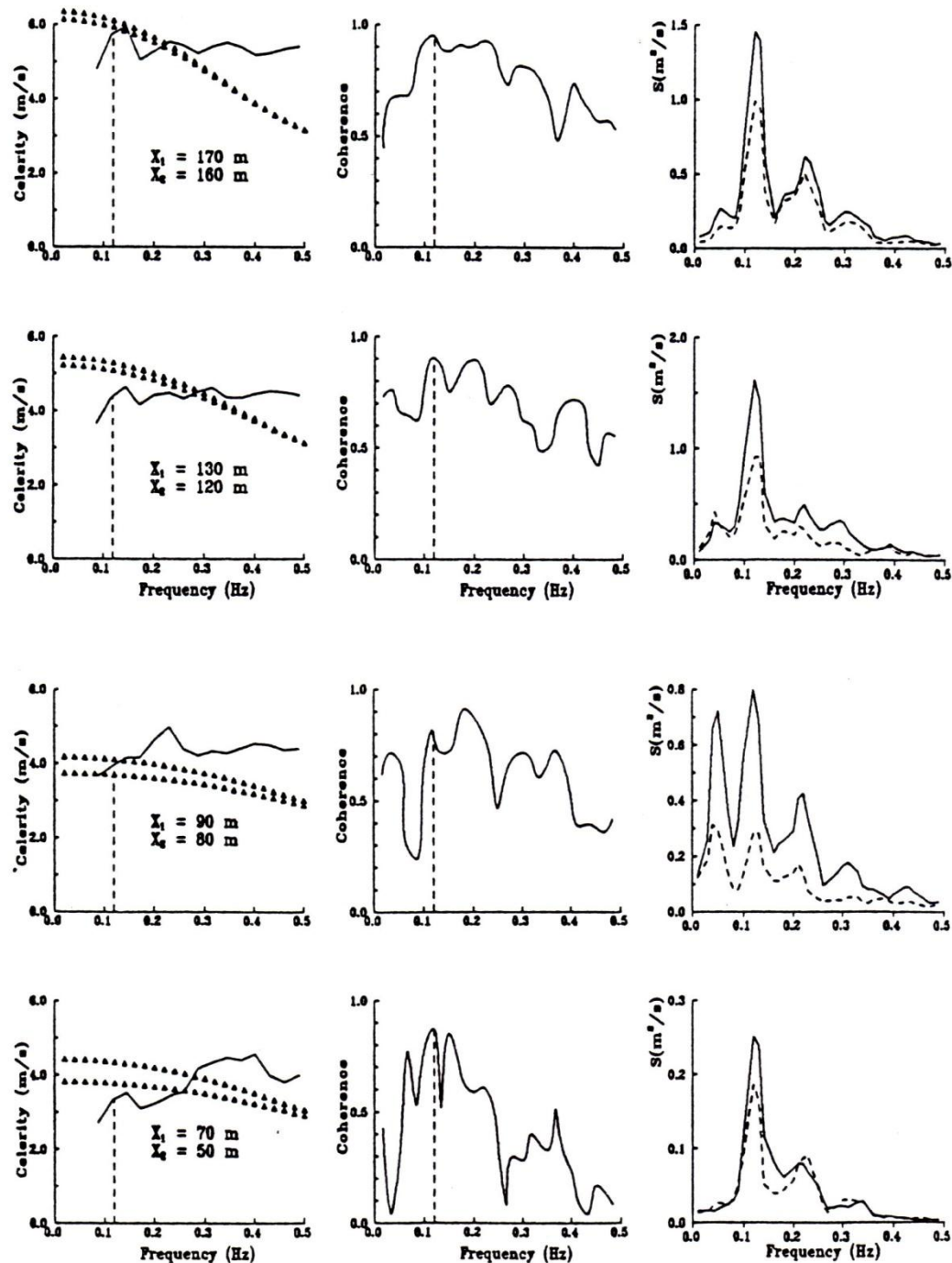


Fig.09: Spektren der Phasengeschwindigkeiten, Kohärenzfunktionen und Energiespektren für die Bereiche  $X = 170\text{-}160\text{ m}$ ,  $X = 130\text{-}120\text{ m}$ ,  $X = 90\text{-}80\text{ m}$  und  $X = 70\text{-}50\text{ m}$ . Nach der linearen Theorie berechnete Phasengeschwindigkeiten sind durch Dreiecke gekennzeichnet. Die Frequenz der maximalen Energiedichte ist jeweils mit einer gestrichelten Linie markiert, die Energiedichte an der jeweils küstennäheren Messposition mit einer durchgezogenen Linie und diejenige an der küstennäheren Messposition mit einer gestrichelten Linie.

Diese Phänomene steuern also die Asymmetrie der Wellen und die niederfrequenten Wasserspiegelschwankungen (Surf Beat), Fig.08. Die zugehörigen Energiespektren sind dem rechten Teil von Fig.09 zu entnehmen. Im linken Teil von Fig.09 ist die küstenwärtige Entwicklung der Phasengeschwindigkeitsspektren für den hochfrequenten Bereich 0,08-0,50 Hz dargestellt. Der Übergang erfolgt demnach ausgehend von schwacher normaler Dispersion im Bereich  $X = 170-160$  m über etwa dispersionslose Bewegung bei  $X = 130-120$  m, schwache anomale Dispersion bei den über dem Sandriff ( $X = 90-80$  m) brechenden Wellen zu deutlicher anomaler Dispersion mit einer Intensität von  $I_{21} \approx 20\%$  in der Rinne zwischen dem Sandriff und dem Strand ( $X = 70-50$  m).

Zur Überprüfung der Vertrauenswürdigkeit der Messungen wird nachfolgend der Fehler für die Bestimmung von  $C(f_2)$  für den Bereich  $X = 70-50$  m abgeschätzt:

Die gemessene Phasendifferenz beträgt  $477^\circ$ , der zugehörige Wert der Kohärenz ist 0.6 (Fig.09, mittlerer Teil) und die Anzahl der Freiheitsgrade ist 54.

Für diese Größen liefert Fig.02  $\Delta\phi = \pm 10^\circ$  und demnach ist  $\Delta\phi/\phi = 2\%$ . Wird berücksichtigt, dass  $\Delta X/X \approx 1\%$  und überlagerte Strömungen und die Winkelabweichung der Wellen zusätzlich mit 2-3% (Thornton, Guza, 1982) anzusetzen sind, beläuft sich der Gesamtfehler auf 5-6%. Dieser Wert ist aber wesentlich geringer als die Intensität der gemessenen anomalen Dispersion ( $I_{21} \approx 20\%$ ). Damit ist auch die Existenz der hochfrequenten anomalen Dispersion für irreguläre Wellen in der Natur bestätigt. Niederfrequente Wellenbewegung im Frequenzbereich  $f < 0.08$  Hz konnte im gesamten Messprofil beobachtet werden (rechter Teil von Fig.09). Ihre Intensität ist jedoch am stärksten bei Position  $X = 90$  m, d.h., sehr nahe dem Riffkamm. Die Energiedichte der Wasserspiegelauslenkungen bei  $f = 0.03-0.04$  Hz hat etwa die gleiche Größe wie die des Hauptpeaks. Der zugehörige Betrag der Kohärenzfunktion beträgt etwa 0.8 (Fig.10). Das Spektrum der Phasengeschwindigkeiten zeigt hier einen steilen Anstieg auf Werte von mehreren hundert m/s (Fig.10). Dementsprechend sind die Werte des zugehörigen Phasenspektrums äußerst gering (in der Größenordnung von  $1^\circ$ ). Demnach bestätigt dieses Ergebnis *nicht den* niederfrequenten Effekt, der bei den Naturmessungen auf Sylt gefunden worden war. Das Verhalten der Phasengeschwindigkeiten in diesem Frequenzbereich ist vielmehr um einiges komplizierter als das in Fig.01 gezeigte, vergl. weiter unten.

## 5. Diskussion

### 5.1 Hochfrequenter Bereich

Die oben dargestellten Messungen dokumentieren die Existenz des Effektes der hochfrequenten anomalen Dispersion (ADE). Manchmal ist es ein Effekt zweiter Ordnung, aber in bestimmten Fällen erreicht seine Intensität 20% und mehr.



Unter Laborbedingungen kann das Phänomen bei regulären Schwerewellen über ansteigendem Boden beobachtet werden. In der Natur tritt schwache anomale Dispersion in der Nähe des Riffkammes auf, ihre maximale Intensität erreicht sie aber in der Rinne zwischen dem Riff und der Küstenlinie.

Das wesentliche Merkmal des betreffenden Effektes ist, dass er bei gebundenen Wellen auftritt. Die Aussage, dass höhere Harmonische gebundene Komponenten darstellen kann zumindest auf zwei Wegen untermauert werden.

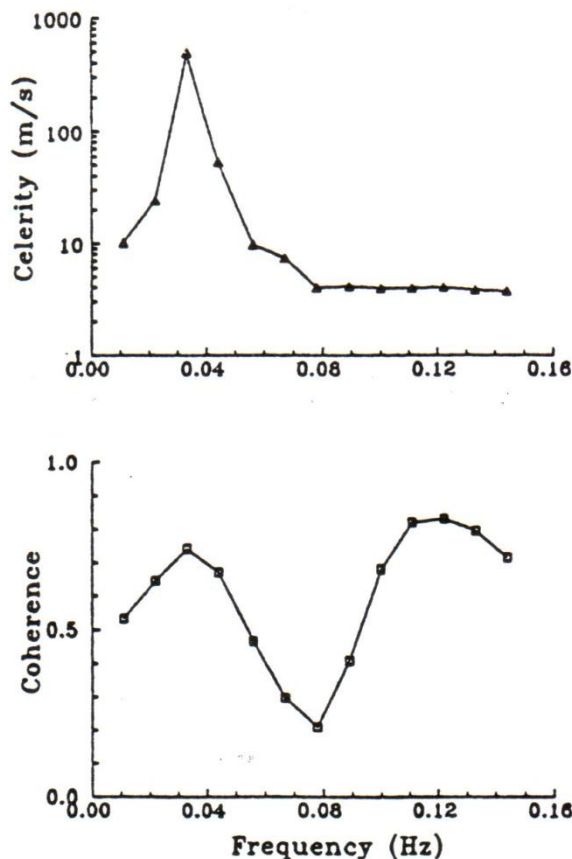


Fig.10: Niederfrequenter Teil des Spektrums der Phasengeschwindigkeiten (oben) und Kohärenzfunktion (unten) für den Bereich  $X = 90\text{-}80$  m.

Die erste Möglichkeit besteht darin, die Bikohärenz-Funktion auf Dreifach-Harmonische auszuwerten und die gefundenen Größen als ein Maß für quadratische Kopplungen zu nutzen. Die zweite Möglichkeit besteht in der Verwendung des Kriteriums  $Ur \geq 16$  (Lighthill, 1978). In diesem Beitrag wird die zweite Methode verwendet. Die Abschätzung der Ursell-Zahl  $Ur$  wurde oben für reguläre Wellenbedingungen vorgenommen. Wenn aber irreguläre Wellen beurteilt werden sollen, liegt eine Unsicherheit bezüglich der zu verwendenden Wellenhöhe vor. Es können

unterschiedliche Wellenhöhen für die Berechnung der Ursell-Zahl verwendet werden: die Signifikante Wellenhöhe ( $H_s$ ), die Root-Mean-Square-Wellenhöhe ( $H_{rms}$ ) oder etwa

die mittlere Wellenhöhe  $H = 2\sigma$  mit  $\sigma$  = Standardabweichung. Für die Messposition  $X = 190$  m wurden mit allen oben erwähnten Wellenhöhen Werte für die Ursell-Zahl  $Ur$  berechnet:

$$Ur(H_s) = 50,$$

$$Ur(H_{rms}) = 35$$

$$Ur(H_M) = 25.$$

Wird berücksichtigt, dass  $H_M$  die minimale mittlere Wellenhöhe darstellt, kann geschlossen werden, dass das gesamte Untersuchungsgebiet eine hochgradig nichtlineare Zone darstellt.

Demnach sind die höheren Harmonischen in den Energiespektren von Fig.09 gebundene Wellenkomponenten. Dann wieder bedeutet dies, dass der ADE ein nichtlineares Phänomen darstellt und deshalb die kritische Bedingung seines Auftretens durch den Parameter der Nichtlinearität ( $H/D$ ) in der Korteweg-de-Vries-Gleichung ausgedrückt werden kann. Solche zugehörigen Werte wurden unter Verwendung der signifikanten Wellenhöhe berechnet und sind in Tabelle 3 enthalten.

Tabelle 3: Kritische Bedingungen für den ADE

Test	Labor	Labor	Labor	Labor	Natur
T (s)	2	3	4	5	8.5
$H_s/D$	0.4	0.4	0.4	0.8	0.8

Was den Widerspruch zwischen den Naturmessungen von Thornton and Guza ( $C(f) = \text{konstant für } f \geq f_1$ ) und unserem Ergebnis anbelangt, muss die nachfolgende Frage

beantwortet werden:

Warum ist der ADE in bestimmten Messungen so schwach oder sogar vernachlässigbar ?

Es kann angenommen werden, dass die Breite des Tiefwasser-Spektrums die wesentliche Rolle bei diesem Problem spielt. Wahrscheinlich ist der ADE deutlicher bei Vorhandensein eines engen "Input-Spektrums" ausgeprägt. Tatsächlich kann ein breites Input-Spektrum als ein Satz freier Wellen angesehen werden, die sich mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten bewegen. Bei abnehmender Wassertiefe erzeugt jede freie Komponente ihren eigenen Satz von höheren Harmonischen und infolgedessen wird ein breites Spektrum noch breiter. Einige neue gebundene Komponenten können Frequenzen haben, die sehr nahe bei Frequenzen von freien Wellen liegen, und ihre Überlagerung schwächt dann den Effekt der anomalen Dispersion bei Frequenzen der gebundenen Komponenten. Dies wäre ein möglicher Grund, weshalb der ADE oft schwach ist und manchmal in der Natur nicht beobachtbar ist.

Es ist interessant, festzustellen, dass in allen betrachteten Fällen der ADE ein Ergebnis des "anormalen" Verhaltens (im Vergleich zur linearen Abhängigkeit von  $C(f)$ ) der zweiten Harmonischen und nicht der Grundfrequenz ist (Fig.06). Dies lässt vermuten, dass der hochfrequente ADE den Hauptmechanismus für die Wellentransformation darstellt, die schließlich in der Brandungszone zu sägezahnförmigen Strukturen führt. Letztere können wie folgt angegeben werden:

$$\xi(t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos\left(2\pi f_j + \pi \frac{(j-1)}{2}\right) \quad (5)$$

Hier bezeichnet der Term  $\pi(j-1)/2$  eine positive Verschiebung zwischen der Harmonische  $j$  und der Grundfrequenz. Solche Verschiebungen der hohen Harmonischen wurden bei Laboruntersuchungen von Flick et al. (1981)

gefunden. Offensichtlich müssen die hohen Harmonischen von Wellen, die zur Sägezahnform tendieren, sich schneller als die Grundfrequenz bewegen. Gerade dieses wird durch unsere Labormessungen bestätigt. Also kann der hochfrequente ADE als der Mechanismus angesehen werden, der für die Transformation der Wellen in die Sägezahnform verantwortlich ist. Weiterhin haben Flick's Untersuchungen klar gezeigt, dass die betreffende Verschiebung für die Wellenasymmetrie bezüglich der Vertikalebene maßgeblich ist. Deshalb kann man feststellen, dass der ADE auch für das Auftreten und die Zunahme der vertikalen Wellenasymmetrie bei abnehmender Wassertiefe verantwortlich ist.

## 5.2 Niederfrequenter Bereich

Oben war festgestellt worden, dass die Gestalt des bei "Schcorpilovzci" gemessenen Spektrums der Phasengeschwindigkeiten im Frequenzbereich 0.01 - 0.08 Hz offensichtlich nicht die Existenz der in Fig.01 gezeigten anomalen Dispersion bestätigt. Es gibt darüber hinaus eine deutliche Diskrepanz in der tendenziellen Veränderung auch gegenüber dem theoretischen Geschwindigkeitsspektrum: Während  $C(f)_{\text{SYLT}}$  mit der Frequenz abnimmt, wächst  $C(f)_{\text{SCH}}$  abrupt bis auf Werte an, die physikalisch unsinnig erscheinen (Fig.10). Der Vergleich der Energiespektren von Fig.01 und Fig.09 legt aber nahe, dass wir es hier mit zwei völlig unterschiedlichen Phänomenen zu tun haben.

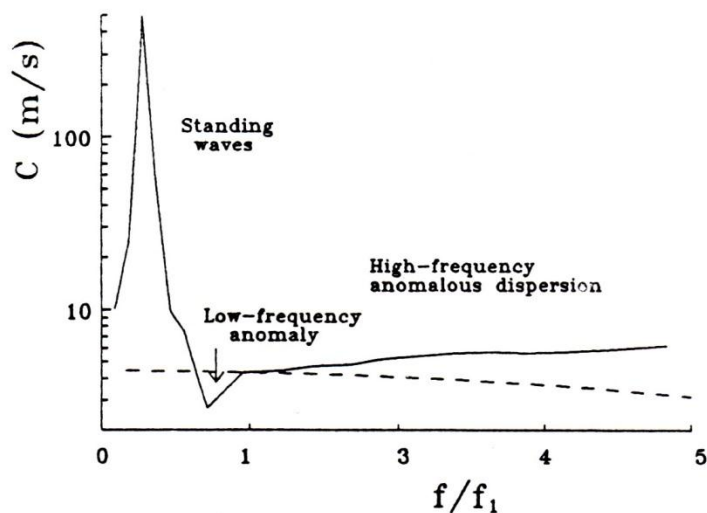


Fig.11: Generalisiertes Spektrum der Phasengeschwindigkeiten von stark verformten brechenden Wellen (durchgezogene Linie) im Vergleich mit demjenigen nach der linearen Theorie berechneten (gestrichelte Linie).

Tatsächlich ist die Energiedichte bei den Sylt-Messungen im Frequenzbereich 0,03 - 0,04 Hz sehr gering (Fig.01), während bei den Schcorpilovzci-Messungen in diesem Bereich der isolierte Peak vorhanden ist (Fig.09). Was jedoch den Bereich unmittelbar links vom Hauptmaximum der Energiedichte anbetrifft, so fällt auch hier in allen beobachteten Fällen die Phasengeschwindigkeit mit der Frequenz. Einerseits bestätigen die im Messprofil von Schcorpilovci erhaltenen Ergebnisse das Phänomen

der anomalen Dispersion in den Spektren der Phasengeschwindigkeiten der Sylt-Untersuchungen, wenn auch der ADE bei den Messungen am Schwarzen Meer viel schwächer ausgeprägt ist. Andererseits zeigen die neuen Messungen aber ein zusätzliches Phänomen: Riesige Phasengeschwindigkeiten treten bei niedrigen Frequenzen zusammen mit hohen Werten der Kohärenz auf. (Fig.10) und eine fast nicht mehr messbare Phasendifferenz zwischen den Messpositionen  $X = 90 \text{ m}$  und  $X = 80 \text{ m}$  bedeutet, dass das Energiedichtemaximum bei 0.03-0.04 Hz zu einer stehenden Welle gehört. Tatsächlich befinden sich alle Punkte in einer stehenden Welle  $\xi(x, t) = A \cdot \cos(kx) \cdot \sin(\omega t)$  in derselben Phase und deshalb sollte die Phasengeschwindigkeit einen unendlich großen Wert aufweisen. Zusammenfassend kann also festgestellt werden, dass Spektren der Phasengeschwindigkeiten von Schwerewellen über Informationen zu den nachfolgenden Phänomenen verfügen:

- Hochfrequente anomale Dispersion;
- Niederfrequente anomale Dispersion an der abfallenden Seite des Energiedichtemaximums des Energiespektrums;
- Stehende Wellen.

Das generalisierte Phasengeschwindigkeitsspektrum für den Fall stark verformter brechender Wellen könnte also die in Fig.11 dargestellte Form aufweisen. Diese unterscheidet sich signifikant von der nach der linearen Theorie berechneten.

## 6. Schrifttum

Büsching, F., 1978. Wave deformation due to decreasing water depth. *Mitteilungen des Leichtweiss-Instituts für Wasserbau der Technischen Universität Braunschweig*, 63, pp.168-217. Digibib TUBS, 2012: <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00045508>

Büsching, F., 1978. Anomalous dispersion of Fourier components of surface gravity waves in the nearshore area. *Proc. 16th Conf. Coastal Engineering, Hamburg*, pp.247-267.

Büsching, F., 1979. Anomale Dispersion zur Darstellung der küstennahen Wellenverformung. *Die Küste*, Heft 34, pp.159-183. <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047034>

Elgar, S., Guza, R.T., 1986. Shoaling gravity waves: comparisons between field observations, linear theory and nonlinear model. *Fluid Mech.*, vol. 158, pp.47-70.

Flick, R.E., Guza, R.T. and Inman, D.L. 1981. Elevation and velocity measurements of laboratory shoaling waves. *J.Geophys.Res.*, 86, pp.4149-4160.

Jenkins, G.M., Watts, D.G. 1968. Spectral analysis and its application. San Francisco: Holden-Day, pp.525.

Kuznetsov, S.Yu., Speranski, N.S. 1990. Phase velocities of free and forced waves in shallow water. In: "Modern processes of sedimentation on shelf", pp.180-186, "*Nauka*", Moscow, (in Russian).

Lighthill, J., 1978. Waves in fluids. *Cambridge Univ. Press*, London, pp.504.

Speranski, N.S., 1985. Two types of deformation of wave velocity field in coastal zone. *Oceanology*, vol. 25, n 6, pp. 723-726.

Thornton, E., Guza, R.T. 1982. Energy saturation and phase speed measured on a natural beach. *J. Geophys. Res.*, C86(5): pp.4149-4160.

Die ursprüngliche Version dieses Artikels ist erschienen unter:

Büsching, F. und Speranski, N. Dispersionseffekte bei Schwerewellen im Flachwasser, *Die Küste*, H. 58, 1996

Die englische Version dieses Beitrages lautet:

Speranski, N. & Büsching, F. 1996. Dispersion Effects of Shallow Water Gravity Waves, *Bielefeld Univ. of Applied Sciences*, Architektur & Bauingenieurwesen: Papers on Coastal Engineering, english, pp 1-18

Digibib TUBS, 2013, <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047043>